L.El Mezzria

A.S :2006/2007

Devoir de Contrôle N°1

Classes 4èmesc

Durée : 2.h

Exercice N°1 :(5 pts)

On pose $z_1 = i + 1$; $z_2 = 2i + 2\sqrt{3}$ et $Z = \dfrac{z_1}{z_2}$

1/ Mettre sous formes trigonométrique puis exponentielle les complexes z_1 et z_2

2/ Ecrire sous formes trigonométrique et algébrique le complexe Z

3/ En déduire les valeurs exactes de $\cos(\frac{\pi}{12})$ et $\sin(\frac{\pi}{12})$

4/a- Déterminer la forme exponentielle de Z^6

b- Déduire la forme algébrique de Z^6

Exercice N°2: (5pts)

Le plan P est rapporté à un repère orthonormé direct $(O, \vec{u}, \vec{v})$

On donne les points A, B et D d'affixe respectives $z_A = 1 + 2i$; $z_B = 2 + 4i$ et $z_D = 3 + i$

1/ Montrer que le triangle ABD est isocèle rectangle en A

2/ Déterminer l'affixe du point C pour que ABCD soit un carré.

3/a) Déterminer l'affixe du point I = B*D

b) Déterminer les ensembles E et F définie par :

$$E = \left\{ M(z) \in P \text{ tel que: } \left| z - \frac{5}{2}(1+i) \right| = \frac{\sqrt{10}}{2} \right\} \text{ et } F = \left\{ M(z) \in P \text{ tel que: } z = \sqrt{5}\, e^{i\theta} \ ; \theta \in [0, \pi] \right\}$$

Problème : (10 pts)

Le plan P est rapporté à un repère orthonormé direct R $(O, \vec{i}, \vec{j})$

Soit $f : IR \to IR$

$$x \mapsto \begin{cases} \sqrt{x^2 - 1} - x & \text{si } x \in [1, +\infty[\\ \dfrac{x^2 + 3x - 3}{x - 1} & \text{si } x \in]-\infty, 1[\end{cases}$$

et (Γ) sa courbe représentative dans R

I- 1/ Montrer que f est continue sur $[1, +\infty[$

2/ Calculer $\lim_{x \to +\infty} f(x)$

3/ Etudier la dérivabilité de f à droite en 1. Interpréter graphiquement le résultat.

II- 1/ Vérifier que f n'est pas continue en 1

2/ Soit Δ la droite d'équation y = x + 4

a) Calculer $\lim_{x \to -\infty} (f(x) - y)$

b) Déterminer pour $x < 1$ le signe de $f(x) - y$

III- 1/ Pour $x < 1$, calculer $f'(x)$ puis déterminer son signe.

2/ Déterminer une équation cartésienne de la tangente (T) à (Γ) au point E d'abscisse 0

3/ Pour $x \geq 1$, calculer $f'(x)$ puis déterminer son signe.

4/ Dresser le tableau de variation de f sur IR